



# Automatizări și optimizări în industria alimentară

## Curs 8

# 5. Optimizarea proceselor

**Optimizarea** - identificarea în momentul apariției unei probleme a acelei soluții care dintr-un anumit punct de vedere dinainte stabilit reprezintă cea mai bună soluție dintre cele posibile.

Problema de optimizare implică determinarea celei mai mici sau celei mai mari valori a unei funcții de una sau mai multe variabile.

Optimizarea se realizează pentru:

- Identificarea soluției de proiectare a unui utilaj sau a unei instalații pentru a produce o anumită cantitate de produs cu un cost cât mai mic;
- Identificarea modului de operare a unui utilaj sau a unei instalații cu un randament maxim sau cu un cost minim;
- Identificarea unui model empiric al unui proces prin potrivirea cea mai bună a unei curbe matematice la datele obținute experimental;
- Identificarea planului optim de întreținere și reparații pentru reducerea costurilor de reparații;
- Identificarea celor mai eficiente modalități de conducerea a proceselor cu scopul reducerii costurilor de operare.

# 5. Optimizarea proceselor

**Optimizarea poate fi aplicată în rezolvarea problemelor :**

- de proiectare — alegerea celei mai bune soluții de proiectare a unui utilaj sau a unui grup de utilaje;
- de exploatare — identificarea parametrilor optimi de lucru pentru un utilaj ori grup de utilaje;
- de conducere — aflarea valorilor optime ale elementelor de control, implementarea unor modalități de conducere avansată.

**Limitările problemelor de optimizare:**

1. optimizarea sistemelor complexe înseamnă un număr mare de variabile și de restricții, ceea ce conduce la un sistem de ecuații extrem de complex, a cărui soluție optimă este greu de identificat;
2. mărirea complexității problemei de optimizare, conduce la o cantitate necesară de informații (de ordin fizic, mecanic, chimic, economic) extrem de mare;
3. soluția optimă găsită nu este aplicabilă practic datorită unor probleme tehnice (de exemplu: profilul optim de temperatură determinat prin optimizare nu poate fi realizat în cadrul unui reactor datorită limitărilor sistemului de schimb termic).

# 5. Optimizarea proceselor

Pentru a realiza optimizarea este necesar ca:

- problema de optimizare să permită **mai multe soluții posibile**, dintre care să se aleagă cea mai bună în raport cu criteriul de optimizare ales. De aici rezultă că în sistemul optimizat există variabile ce pot lua mai multe valori. Acestea pot influența starea sistemului și valoarea criteriului de optimizare. Aceste variabile se numesc **variabile de decizie**. Numărul variabilelor de decizie determină dimensiunea problemei de optimizare
- optimizarea sistemului trebuie să fie riguros definită și să existe mărimile cuantificabile, prin intermediul cărora să se poată măsura eficiența diferitelor soluții posibile obținute prin alocarea valorilor posibile variabilelor de decizie. Mărimea care permite măsurarea eficienței diferitelor soluții se numește **criteriu de optimizare**. Criteriul de optimizare este exprimat ca o funcție de variabilele de decizie, funcție denumită **funcție obiectiv** sau **funcție scop**.

În orice problemă de optimizare se cere stabilirea acelor valori ale variabilelor de decizie care asigură, după caz, valoarea cea mai mare sau valoarea cea mai mică a criteriului de optimizare.

# 5. Optimizarea proceselor

Pentru notarea funcției obiectiv se folosesc relațiile:

$$y = f_{ob}(\bar{x}) \stackrel{!}{=} \max$$

$y$  – criteriul de optimizare

$$y = f_{ob}(\bar{x}) \stackrel{!}{=} \min$$

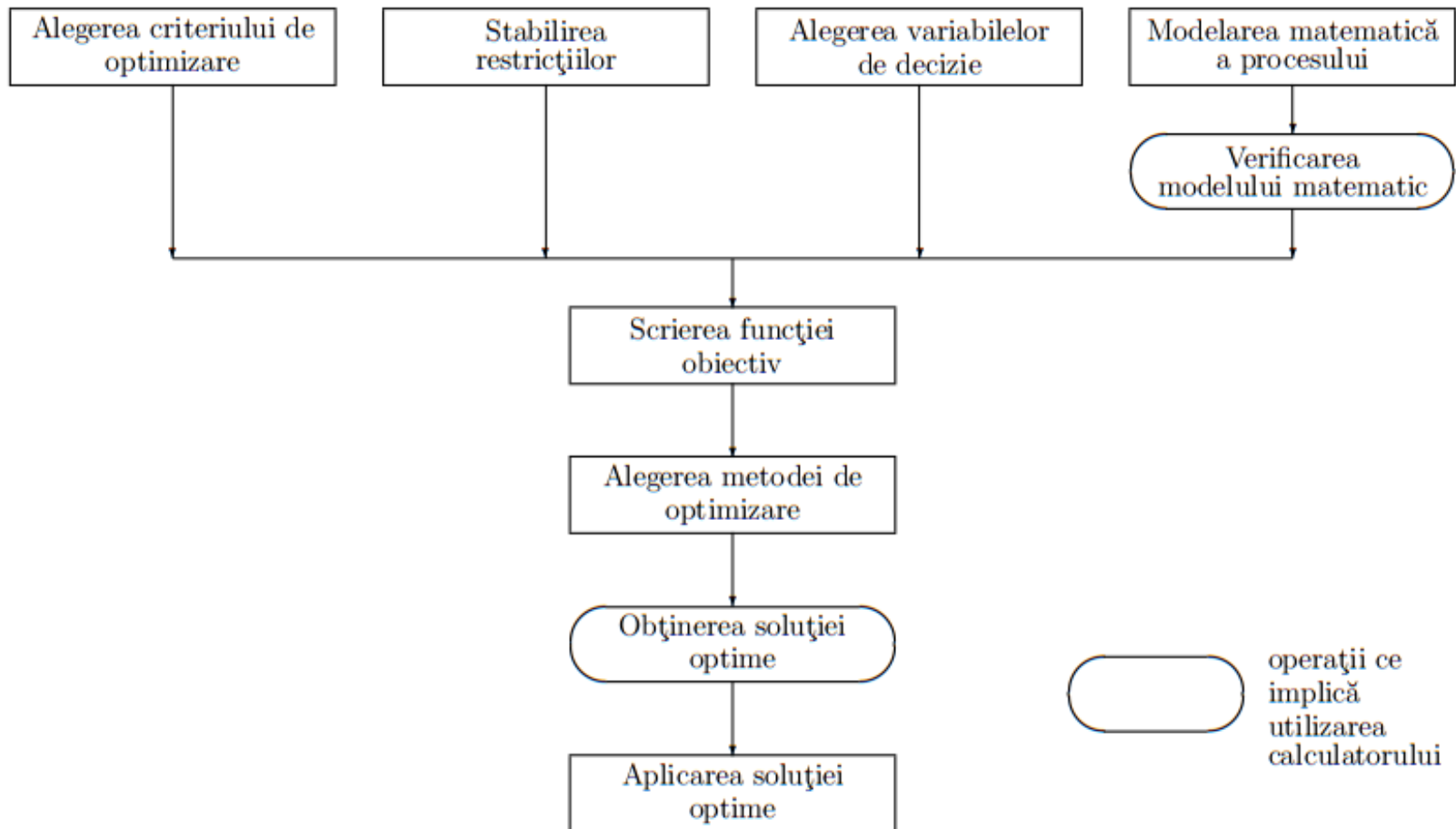
$f_{ob}$  – funcția obiectiv

$\bar{x}$  - variabila de decizie

Setul de valori ale variabilelor de decizie care asigură valoarea optimă a criteriului de optimizare se numește **soluția optimă**. Valorile optime ale variabilelor de decizie vor fi notate  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ , iar valoarea maximă sau minimă a criteriului de optimizare se va nota cu  $y^*$ .

Schema de bloc a rezolvării unei probleme de optimizare are următoarea formă:

# 5. Optimizarea proceselor



# 5. Optimizarea proceselor

Conform schemei, pentru a putea defini matematic problema de optimizare trebuie să se stabilească criteriul de optimizare, să se aleagă variabilele de decizie, să se stabilească restricțiile problemei și să se determine modelul matematic al sistemului. Aceste etape pot fi parcurse în orice ordine.

Se trece apoi la scrierea funcției obiectiv ce constituie o reprezentare matematică a criteriului de optimizare în funcție de variabilele de decizie.

Ulterior, în funcție de forma funcției obiectiv, tipul și forma restricțiilor se alege metoda de rezolvare. Aplicând această metodă se obține soluția optimă. O problemă de optimizare se încheie cu aplicarea soluției optime obținute.

În continuare se va discuta pe scurt fiecare etapă în parte:

# 5. Optimizarea proceselor

## a) Alegerea criteriului de optimizare

Optimizarea unui sistem constă în alegerea din mulțimea de soluții posibile ale sistemului pe aceea care este cea mai bună în raport cu un criteriu definit inițial. Acest criteriu poartă denumirea de criteriu de optimizare. Soluția unei probleme de optimizare este dependentă de criteriul de optimizare ales..

Criteriile de optimizare pot fi grupate în două categorii :

- criterii de optimizare de natură economică;
- criterii de optimizare de natură tehnică.

Principalele criterii economice sunt :

- **Beneficiul** – calculat ca diferența dintre prețul de producție și costurile de producție;
- **Durata de recuperare a investiției** - definită ca raportul dintre valoarea investiției și beneficiul anual;
- **Investiția totală** - reprezentând suma cheltuielilor ce se fac pentru crearea de noi capacități de producție sau pentru modernizarea celor existente.



# 5. Optimizarea proceselor

În ceea ce privește criteriile de optimizare de natură tehnică, putem exemplifica:

- **Volumul reactorului (minim);**
- **Conversia reactantului (maxim);**
- **Concentrația produsului (maxim).**

De obicei criteriile economice sunt cele ce primează cu excepția situațiilor în care criteriile tehnice sunt mai importante din motive legate de securitatea și siguranța instalațiilor.

# 5. Optimizarea proceselor

## b) Alegerea variabilelor de decizie

În orice problemă de optimizare există una sau mai multe variabile independente a căror valori pot fi modificate, denumite variabile de decizie. Înainte de a scrie expresia funcției obiectiv trebuie să se determine numărul variabilelor de decizie și să se identifice acestea.

Determinarea numărului de variabile de decizie este echivalentă cu identificarea numărului de grade de libertate ale problemei. Dacă în sistemul de optimizat există un număr total de  $n_v$  variabile semnificative, iar modelul matematic al sistemului este reprezentat de  $n_{ec}$  relații independente, numărul de grade de libertate  $n_l$  este:

$$n_l = n_v - n_{ec}$$

Putem întâlni următoarele situații:

- $n_l < 0$  adică  $n_{ec} < n_v$  problema este în general, greșit formulată, fiind imposibilă determinarea celor  $n_v$  variabile;
- $n_l = 0$ , respectiv  $n_v = n_{ec}$  sistemul este complet determinat, numărul de grade de libertate în acest caz este 0, deci nu se poate formula o problemă de optimizare existând o soluție unică a problemei;
- $n_l > 0$  deci  $n_{ec} < n_v$  problema de optimizare poate fi formulată.

# 5. Optimizarea proceselor

## c) Stabilirea restricțiilor

Orice problemă de optimizare conține limitări sau condiționări impuse variabilelor de decizie sau altor variabile ale sistemului.

Funcțiile de tip egalitate sau inegalitate ce stabilesc domeniile admise pentru variabilele de decizie poartă numele de **restricții**.

Sistemul de restricții la care sunt supuse variabilele de decizie ale sistemului definesc un domeniu admisibil sau de căutare a soluțiilor.

## d) Modelarea matematică a procesului

Modelarea matematică a sistemului supus optimizării permite identificarea legăturilor existente între variabilele sistemului. Un model matematic este un sistem de ecuații și inecuații ce definesc interdependențele intrinseci ale unui sistem.

# 5. Optimizarea proceselor

Se întâlnesc:

- **Modele matematice staționare** (de regim staționar) – variabilele din cadrul modelului nu sunt dependente de timp;
- **Modele matematice dinamice** (de regim dinamic) - ecuațiile modelului exprimă variația în timp a variabilelor sistemului.

Obținerea unui model matematic al unui proces se poate realiza prin următoarele modalități:

- scrierea ecuațiilor de conservare a masei, energiei, impulsului și a ecuațiilor ce definesc procesele fizice și chimice ce au loc în sistem  $\Rightarrow$  **modele matematice analitice**;
- efectuarea de măsurători ale tuturor variabilelor procesului și identificarea unor ecuații ce corelează variabilele de intrare și ieșire prin tehnici statistice  $\Rightarrow$  **modele matematice statistice** sau **modele matematice empirice**;
- Prin îmbinarea situațiilor anterioare  $\Rightarrow$  **modele matematice mixte**.

# 5. Optimizarea proceselor

## e) Scrierea funcției obiectiv

**Funcția obiectiv (funcția scop )** exprimă dependența criteriului de optimizare de variabilele de decizie și se obține pe baza ecuațiilor modelului matematic al sistemului ce se optimizează:

$$y = f_{ob}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$$

Împreună cu sistemul de restricții, funcția obiectiv constituie reprezentarea analitică a problemei de optimizare.

Optimizarea implică găsirea maximului sau minimului funcției obiectiv în domeniul admis.

## f) Alegerea metodei de optimizare

În această etapă are loc identificarea unei metode de optimizare ce poate fi aplicată cu succes ținând cont de anumite caracteristici ale problemei de optimizare cum ar fi:

- numărul de variabile de decizie;
- forma funcției obiectiv;
- forma și numărul restricțiilor.

# 5. Optimizarea proceselor

Metodele de optimizare sunt extrem de numeroase și pot fi grupate în următoarele categorii:

- \* **Metode analitice** sau **clasice de optimizare**: pot fi aplicate pentru rezolvarea problemelor simple de optimizare cu număr mic de variabile de decizie; funcții obiectiv trebuie să fie definite, continue și derivabile.
- \*\* **Metode numerice de optimizare** sau **metodele de căutare directă**: sunt aplicabile pentru probleme de optimizare cu funcții obiectiv complexe și cu număr mare de variabile de decizie; metodele din această categorie se bazează pe experimente numerice planificate prin intermediul cărora se înaintează pas cu pas, prin îmbunătățiri succesive a valorii funcției obiectiv, spre extremul căutat.
- \*\*\* **Metode de programare**: se aplică în situația în care funcția obiectiv și restricțiile prezintă forme specifice. Principalele metode de programare sunt: programarea liniară, programarea dinamică, programarea pătratică, etc. Programarea liniară se aplică în situația în care funcția obiectiv și restricțiile sunt expresii liniare în raport cu variabilele de decizie.

# 5. Optimizarea proceselor

## g) Obținerea soluției optime

După alegerea metodei de optimizare urmează etapa de aplicare a algoritmului ce conduce la soluția optimă. În situația utilizării metodelor analitice de optimizare nu este necesară utilizarea calculatorului, dar pentru celelalte metode de optimizare (numerice și de programare), calculatorul este indispensabil.

Din acest motiv s-au dezvoltat o serie de pachete de programe ce includ rutine de calcul numeric. Astfel medii de lucru sunt: MATLAB, Mathematica, MathCad, etc. Acestea permit rezolvarea de ecuații și sisteme de ecuații diferențiale sau algebrice, reprezentări grafice 2D și 3D, și aplicarea metodelor de optimizare.

De asemenea au fost dezvoltate simulatoarele de procese: Aspen PLUS, HySys, Pro-II, ChemCad care conțin module de optimizare cu ajutorul cărora se pot rezolva probleme de proiectare optimală a utilajelor și grupurilor de utilaje prin specificarea interactivă a funcției obiectiv și a restricțiilor.

# 5. Optimizarea proceselor

## h) Aplicarea soluției optime

Această etapă reprezintă finalizarea optimizării unui sistem. Nu întotdeauna soluția matematică găsită poate fi aplicată practic. Chiar și în această situație, soluția obținută ne dă informații despre potențialul maxim al sistemului și ne permite să apreciem cât de departe suntem de cazul ideal.

